

טכניקה אלגברית

תזכורת לנוסחאות הכפל המקוצר: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

פתרו את המשוואות הבאות (מצאו את ערכו של x):

$$\frac{2}{3}(x+1) - \frac{3}{7}(x+2) = 1 \quad .2 \qquad \frac{4(5x-2)}{3} - \frac{6(3x+2)}{7} = 42 - \frac{5(7x-4)}{4} \quad .1$$

$$(3x+5)^2 = 9(x+2)(x-2) \quad .4 \qquad (x-5)^2 = x(x+15) \quad .3$$

עבור המשוואות הבאות: א. מצאו את תחום ההצבה של המשוואה.
ב. פתרו את המשוואה ובדקו את תשובתכם.

$$\frac{4x+6}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 4 \quad .6 \qquad \frac{8}{x-3} - \frac{7}{x+2} = \frac{42}{(x-3)(x+2)} \quad .5$$

פתרו את מערכות המשוואות הבאות בדרך שתבחרו:

$$5x+3y=29 \quad .8 \qquad y=-4x+17 \quad .7$$

$$7x-5y=13 \qquad y=3x+5$$

$$\frac{2x-3}{2} + \frac{y+1}{8} = 4 \quad .10 \qquad 3(2y-5) = 6+x \quad .9$$

$$\frac{x+1}{3} + \frac{3y-1}{4} = 4 \qquad 2(3x-4) = 4x-2$$

פתרו את המשוואות הריבועיות הבאות:

$$-3x^2+300=0 \quad .12 \qquad x^2+8x+12=0 \quad .11$$

$$x(1-5x)=3 \quad .14 \qquad 9x^2=4(3x-1) \quad .13$$

$$(x+1)^2=1-x^2 \quad .16 \qquad (x+4)(x+7)=70 \quad .15$$

$$2(3-x) - \frac{(x-2)^2}{3} + \frac{1}{3} = 0 \quad .18 \qquad -2(x-5)^2 = (2x+1)^2 - 57 \quad .17$$

פתרו את המשוואות הבאות. במידת הצורך, היעזרו בפירוק לגורמים. התייחסו גם לתחום ההצבה:

$$\frac{6}{x^2+8x} = \frac{x+1}{2x+16} \quad .20 \qquad \frac{x^2}{x+5} = \frac{25}{x+5} \quad .19$$

$$\frac{1}{x^2-6x+9} + \frac{4}{x^2-3x} = \frac{2}{x-3} \quad .22 \qquad \frac{2x+1}{2x-3} - \frac{7x}{4x^2-9} = 1 + \frac{x-4}{2x+3} \quad .21$$

$$\frac{8}{x^2-3x-10}+1=\frac{8}{x+2}-\frac{1}{5-x} \quad .24$$

$$\frac{18}{x^2-x-12}+\frac{3x-25}{4x^2+12x}=0 \quad .23$$

$$\frac{5}{x^2+2x-3}+\frac{45}{x^2+10x+21}=\frac{18}{x^2+6x-7} \quad .26$$

$$\frac{3x}{x^2+5x+6}=\frac{2x+2}{x^2+6x+9} \quad .25$$

צמצמו את השברים הבאים (במידת הצורך, היעזרו בפירוק לגורמים):

$$\frac{x^2-4x+3}{2x-2} \quad .28$$

$$\frac{x^2-4}{x^2+2x} \quad .27$$

כפלו את השברים הבאים (צמצמו במידת האפשר):

$$\frac{a^2-5a-6}{a^2-1} \cdot \frac{5a-5}{4a-24} \quad .30$$

$$\frac{a^2-8a+16}{a^2} \cdot \frac{3a}{a-4} \quad .29$$

חלקו את השברים הבאים (צמצמו במידת האפשר):

$$\frac{a^2+2a-15}{2a^2-50} : \frac{a^2-6a+9}{4a-12} \quad .32$$

$$\frac{2a+10}{9a^2-6a+1} : \frac{3a+15}{9a-3} \quad .31$$

פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2x - 8 \\ y &= -x^2 + 6x - 10 \end{aligned} \quad .34$$

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 8 \\ y &= 2x \end{aligned} \quad .33$$

$$\begin{aligned} (x-4)(y+9) &= 209 \\ xy &= 150 \end{aligned} \quad .36$$

$$\begin{aligned} 3x^2 + 5xy - 4y^2 &= 38 \\ x - y &= 2 \end{aligned} \quad .35$$

$$\begin{aligned} 5x^2 + 4y^2 &= 56 \\ 7x^2 + 3y^2 &= 55 \end{aligned} \quad .38$$

$$\begin{aligned} \frac{10}{x} + \frac{12}{y} &= 5 \\ \frac{25}{x} - \frac{8}{y} &= 3 \end{aligned} \quad .37$$

תשובות:

$$1. \quad 4. \quad 2. \quad 5. \quad 3. \quad 1. \quad 4. \quad -2\frac{1}{30} \quad .5 \quad \text{א. } x \neq 3, x \neq -2 \quad .\text{ב. } x \neq -1 \quad .7 \quad \text{א. } x \neq -1 \quad .\text{ב. } x \neq -1 \quad .7 \quad (1\frac{5}{7}; 10\frac{1}{7}) \quad .8 \quad (4; 3) \quad .$$

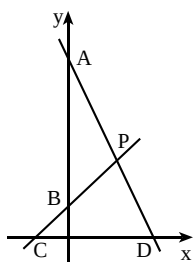
$$9. \quad (3; 4) \quad .10 \quad (5; 3) \quad .11 \quad -2, -6 \quad .12 \quad -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \quad .13 \quad \frac{2}{3} \quad .14 \quad \text{אין פתרון} \quad .15 \quad -14, 3 \quad .16 \quad -1, 0 \quad .$$

$$17. \quad -\frac{1}{3}, 3 \quad .18 \quad -5, 3 \quad .19 \quad 5 \quad .20 \quad -4, 3 \quad .21 \quad 0, 6 \quad .22 \quad -4, 3 \quad .23 \quad -5, -6\frac{2}{3} \quad .24 \quad 6 \quad .25 \quad -4, 1 \quad .$$

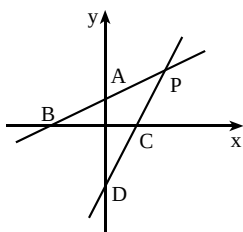
$$26. \quad 2 \quad .27 \quad \frac{x-2}{x} \quad .28 \quad \frac{x-3}{2} \quad .29 \quad \frac{3(a-4)}{a} \quad .30 \quad \frac{5}{4} \quad .31 \quad \frac{2}{3a-1} \quad .32 \quad \frac{2}{a-5} \quad .33 \quad (-2; -4), (4; 8) \quad .$$

$$34. \quad (1; -5) \quad .35 \quad (-4.5; -6.5), (3; 1) \quad .36 \quad (-4\frac{4}{9}; -33.75), (15; 10) \quad .37 \quad (5; 4) \quad .38 \quad (-2; -3), (-2; 3), (2; -3), (2; 3) \quad .$$

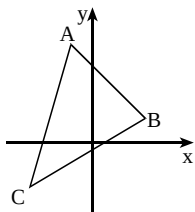
פונקציה קווית



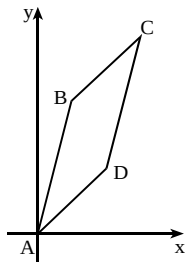
1. הישרים AD ו-BC הם הגרפים של הפונקציות
 $f(x) = -2x + 22$ ו- $g(x) = x + 4$, בהתאמה.
 א. מצאו את שיעורי הנקודות:
 B, A, D, C, P.
 ב. חשבו את שטח המשולש PCD.
 ג. חשבו את שטח המשולש PAB.
 ד. לאילו ערכי x מתקיים $f(x) > 0$?



2. הישרים AB ו-CD הם הגרפים של הפונקציות
 $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ ו- $g(x) = 2x - 3$.
 P היא נקודת החיתוך של שני הישרים.
 א. מצאו את שיעורי הנקודות: A, B, C, D, P.
 ב. חשבו את שטח המשולש PBC.
 ג. חשבו את שטח המשולש PAD.
 ד. לאילו ערכי x מתקיים $f(x) > g(x)$?



3. קדקודי משולש ABC הם:
 $A(-1; 4)$, $B(2; 1)$, $C(-3; -2)$.
 א. מצאו את שיפוע הישר AB.
 ב. מצאו את משוואת הצלע AB.
 ג. מצאו את משוואת הצלע AC.

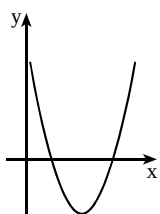


4. קדקודי המרובע ABCD הם:
 $A(0; 0)$, $B(1; 4)$, $C(3; 6)$, $D(2; 2)$.
 א. חשבו את שיפועי צלעות המרובע.
 ב. הסבירו מדוע $AB \parallel DC$ ו- $BC \parallel AD$.
 ג. הוכיחו שהמרובע הוא מקבילית.
 ד. הסבירו מדוע $AB = DC$ ו- $BC = AD$.

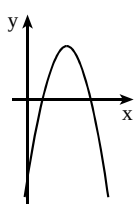
תשובות:

1. א. $A(0; 22)$, $B(0; 4)$, $C(-4; 0)$, $D(11; 0)$, $P(6; 10)$. ב. 75. ג. 54. ד. $x < 11$.
 2. א. $A(0; 1)$, $B(-2; 0)$, $C(0; -3)$, $D(1; 0)$, $P(2; 3)$. ב. $4\frac{1}{12}$. ג. $5\frac{1}{3}$. ד. $x < 2\frac{2}{3}$.
 3. א. -1. ב. $y = -x + 3$. ג. $y = 3x + 7$.
 4. א. 4, 1, 4, 1. ד. כל שתי צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.

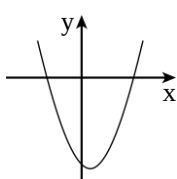
פונקציה ריבועית – פרבולה



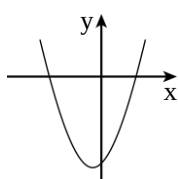
1. בציור משורטט גרף הפונקציה $y = x^2 - 8x + 12$.
 א. מצאו את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
 ג. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?
 ד. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
 ה. רשמו את התחום שבו הפונקציה חיובית.
 ו. רשמו את התחום שבו הפונקציה שלילית.
 ז. בכמה נקודות חותך הישר $y = -2$ את גרף הפונקציה?
 ענו על פי השרטוט, כלומר ללא חישובים.



2. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 10x - 16$.
 א. עבור אילו ערכי x הפונקציה הנתונה חיובית?
 ב. האם הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 9 או 5? הסבירו.
 ג. מהו תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?
 ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה?
 ה. עבור אילו ערכים של k , הישר $y = k$:
 (1) חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?
 (2) חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?
 (3) אינו חותך את גרף הפונקציה?



(2)



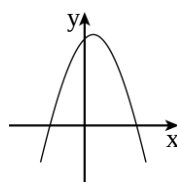
3. נתונות משוואות של ארבע פונקציות: (1)

$$f(x) = -x^2 + x + 6$$

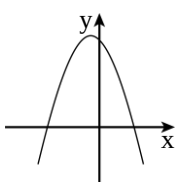
$$g(x) = x^2 + x - 6$$

$$h(x) = x^2 - x - 6$$

$$k(x) = -x^2 - x + 6$$



(4)



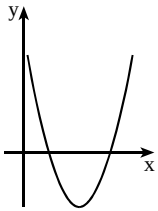
(3)

לפניכם גרפים של ארבע הפונקציות.
 התאימו לכל פונקציה את הגרף המתאים לה על פי מציאת נקודות האפס, ובהתאם למקדם של x^2 .

4. נתונה הפונקציה $f(x) = (x+4)(x-2)$.
 א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוג הקיצון.
 ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ יורדת וחיובית?
 ה. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה ושלילית?
 ו. מהו תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?
 ז. לאילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?

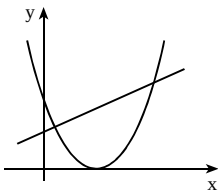
5.

- נתונה הפונקציה $y = (x-5)^2 - 16$.
- מצאו את שיעורי נקודת קדקוד הפרבולה.
 - מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
 - מהי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y ?
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה במערכת צירים.
 - מצאו לאילו ערכי x הפונקציה עולה ושלילית.
 - מצאו לאילו ערכי x הפונקציה יורדת וחיובית.
 - קבעו נכון או לא נכון:
 - (1) לכל ערך של x ערך הפונקציה גדול מ-16.
 - (2) לכל ערך של x ערך הפונקציה גדול או שווה ל-16.
 - נמקו, ללא חישובים, מדוע הפרבולה אינה עוברת בנקודה $(4; -17)$.



6.

- לפניכם גרף הפרבולה $y = x^2 - 8x + 12$.
- מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x .
 - כתבו את תחומי השליליות של הפרבולה.
 - היעזרו בגרף ובתשובתכם לסעיף ב', ופתרו את אי-השוויון $x^2 - 8x + 12 < 0$.
 - מצאו לאילו ערכים של x מתקיים $y > 0$.
 - היעזרו בגרף ובתשובתכם לסעיף ד', ופתרו את אי-השוויון $x^2 - 8x + 12 > 0$.
 - פתרו את אי-השוויון $x^2 - 8x + 12 \leq 0$.
 - פתרו את אי-השוויון $x^2 - 8x + 12 \geq 0$.

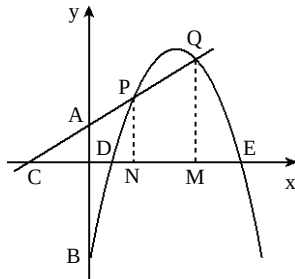


7.

- בציור משורטטים הגרפים של הפונקציות:
- $$f(x) = x^2 - 6x + 9 \quad \text{ו-} \quad g(x) = x + 3$$
- לאילו ערכי x מתקיים $f(x) = g(x)$?
 - לאילו ערכי x מתקיים $f(x) > g(x)$?
 - לאילו ערכי x מתקיים $f(x) < g(x)$?

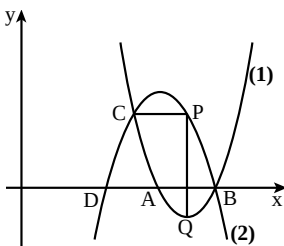
8.

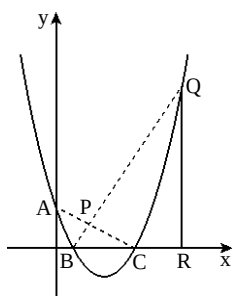
- הפרבולה והישר הם הגרפים של הפונקציות
- $$(1) \quad y = -x^2 + 8x - 7 \quad \text{ו-} \quad (2) \quad y = x + 3$$
- מצאו את שיעורי הנקודות: A, B, C, D, E, P, Q .
 - מנקודות P ו- Q הורידו אנכים לציר ה- x החותכים את ציר ה- x בנקודות N ו- M . מצאו את שטח הטרפז $PQMN$ ואת שטח המשולש CQM .
 - האם ערך הפונקציה (1) יכול להיות 11?
 - האם ערך הפונקציה (1) יכול להיות 8.75?



9.

- הפרבולות (1) ו-(2) הן הגרפים של הפונקציות
- $$(I) \quad y = -x^2 + 10x - 21 \quad \text{ו-} \quad (II) \quad y = x^2 - 12x + 35$$
- מצאו איזה גרף מתאים לפונקציה (1), ואיזה - מתאים לפונקציה (2).
 - חשבו את שיעורי הנקודות A, B, C, D .
 - דרך הנקודה C העבירו מקביל לציר ה- x החותך את פרבולה (2) בנקודה P . מנקודה P הורידו אנך לציר ה- x , החותך את פרבולה (1) בנקודה Q . מצאו את אורך הקטע PQ , והוכח שהנקודה Q היא קדקוד הפרבולה (1).



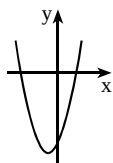


10. הפרבולה ABC היא גרף הפונקציה $y = x^2 - 6x + 5$.
 QR מאונך לציר ה-x ואורכו שווה ל-21 יחידות.
 P היא נקודת המפגש של הישרים AC ו-BQ.
 א. מצאו את שיעורי הנקודה Q.
 ב. מצאו את משוואת הישר BQ.
 ג. מצאו את שיעורי הנקודה P.

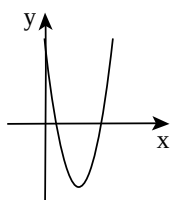
תשובות:

1. א. $(4; -4)$. ב. עלייה: $x > 4$, ירידה: $x < 4$. ג. -4. ד. $(2; 0)$, $(6; 0)$.
 ה. $x > 6$ או $x < 2$. ו. $2 < x < 6$. ז. בשתי נקודות.
 2. א. $2 < x < 8$. ב. 9. ג. $f(x) \leq 9$. ד. $x < 5$.
 ה. (1) $k = 9$, (2) $k < 9$, (3) $k > 9$.

3. א. $f(x) - (4)$, $g(x) - (1)$, $h(x) - (2)$, $k(x) - (3)$.



4. א. $(-4; 0)$, $(2; 0)$, $(0; -8)$. ג.
 ב. $(-1; -9)$ מינימום.
 ד. $x < -4$. ה. $-1 < x < 2$.
 ו. $f(x) \geq -9$. ז. $k = -9$.



5. א. $(5; -16)$. ב. $(1; 0)$, $(9; 0)$. ג. $(0; 9)$. ד.
 ה. $5 < x < 9$.
 ו. $x < 1$.
 ז. (1) לא נכון. (2) נכון.

6. א. $(6; 0)$, $(2; 0)$. ב. $2 < x < 6$. ג. $2 < x < 6$. ד. $x < 2$ או $x > 6$.

- ה. $x > 6$ או $x < 2$. ו. $2 \leq x \leq 6$. ז. $x \leq 2$ או $x \geq 6$.

7. א. $x = 6$, $x = 1$. ב. $x > 6$ או $x < 1$. ג. $1 < x < 6$.

8. א. $Q(5; 8)$, $P(2; 5)$, $E(7; 0)$, $D(1; 0)$, $C(-3; 0)$, $B(0; -7)$, $A(0; 3)$.

- ב. 19.5, 32. ג. לא. ד. כן.

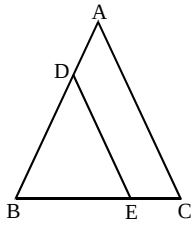
9. א. (1) מתאים ל-II, (2) מתאים ל-I.

- ב. $Q(6; -1)$, 4 יחידות, $D(3; 0)$, $C(4; 3)$, $B(7; 0)$, $A(5; 0)$.

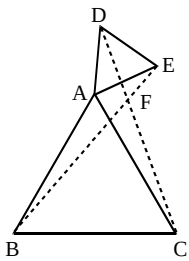
10. א. $Q(8; 21)$. א. $y = 3x - 3$. ג. $P(2; 3)$.

גאומטריה

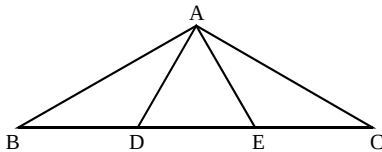
שאלות עם משולשים



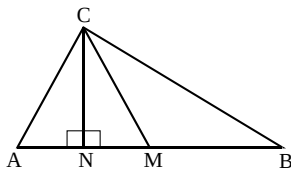
1. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
נתון: $DE \parallel AC$.
א. הוכיחו: $DB = DE$.
ב. הוכיחו: חוצה הזווית של $\angle ADE$ מקביל לבסיס BC.



2. המשולשים ABC ו- ADE הם משולשים שווים-צלעות. הקטעים BE ו- CD נחתכים בנקודה F.
א. הוכיחו: $\triangle ACD \cong \triangle ABE$.
ב. הוכיחו: $BE = CD$.
ג. הוכיחו: $\angle ACD = \angle ABE$.
ד. חשבו את הזווית BFC. הדרכה: סמנו $\angle ACD = \alpha$.

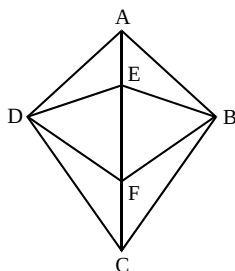


3. D ו- E הן נקודות על הצלע BC במשולש ABC. נתון: $BD = DE = EC$, $AB \perp AE$, $AD \perp AC$.
א. הוכיחו: המשולש ADE הוא שווה-צלעות.
ב. הוכיחו: $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADE} = S_{\triangle AEC}$.

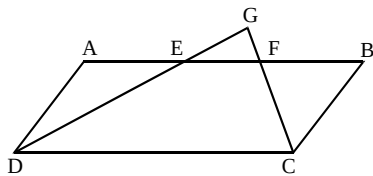


4. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AC \perp BC$).
M ו- N הם נקודות על היתר AB כך ש- $AM = MB$, $CN \perp AB$. נתון: $BC = 2CN$.
א. הסבירו מדוע $\angle B = 30^\circ$.
ב. הוכיחו כי הגובה CN והתיכון CM מחלקים את הזווית ACB לשלוש זוויות שוות.

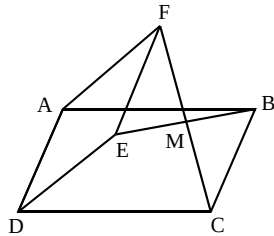
שאלות עם מרובעים



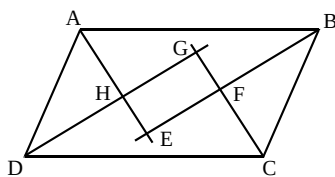
5. בדלתון ABCD ($BC = DC$, $AB = AD$) הנקודות E ו- F נמצאות על האלכסון AC.
א. הוכיחו שהמרובע BEDF הוא דלתון.
ב. הוכיחו שהמרובע CBFD הוא דלתון.
ג. נתון: $\angle FDC = 2x - 5^\circ$, $\angle FBC = x + 10^\circ$. מצאו את הערך של x.



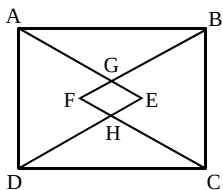
6. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB של מקבילית ABCD. המשכי הקטעים DE ו-CF נפגשים בנקודה G.
נתון: $AD = AE = BF$.
הוכיחו: $DG \perp CG$.



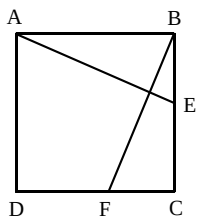
7. המרובעים ABCD ו-AFED הם מקבילים.
הקטעים FC ו-EB נחתכים בנקודה M.
הוכיחו: $FM = MC$.



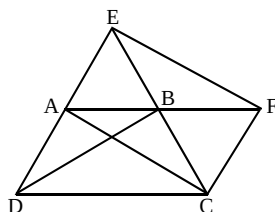
8. המרובע ABCD הוא מקבילית.
הקטעים AE, BE, CG ו-DG חוצים את הזוויות הפנימיות של המקבילית (ראה ציור).
א. הוכיחו: $\angle BFC = 90^\circ$.
ב. הוכיחו: המרובע EFGH הוא מלבן.
ג. הוכיחו: $GE = HF$.



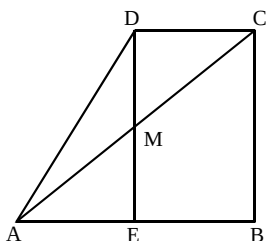
9. על הצלעות AD ו-BC של מלבן ABCD בנו משולשים שווי-צלעות ADE ו-BCF.
AE ו-BF נחתכים בנקודה G.
DE ו-CF נחתכים בנקודה H.
הוכיחו: המרובע EGFH הוא מעוין.



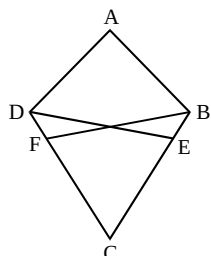
10. בריבוע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות BC ו-CD בהתאמה.
נתון: $BE = CF$.
א. הוכיחו: $\triangle ABE \cong \triangle BCF$.
ב. הסבירו מדוע $\angle AEB = \angle BFC$.
ג. הוכיחו: $AE \perp BF$.
הדרכה: סמנו $\angle BFC = \alpha$.



11. בתוך משולש שווה-צלעות EDC חסום טרפז שווה-שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$).
הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AB.
נתון: $BC = CF$.
א. הוכיחו: $\triangle ECF \cong \triangle DCB$.
ב. הוכיחו: $AC = EF$.

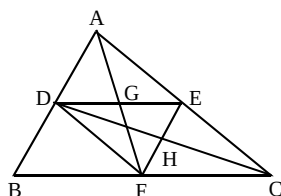


12. ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).
האלכסון AC חותך את גובה הטרפז DE
בנקודה M (ראה ציור). נתון: $DM = ME$.
א. הוכיחו כי $AE = EB$.
ב. האנך מ-B לאלכסון AC
חותך את האלכסון בנקודה G.
הוכיחו כי $GE = EB$.

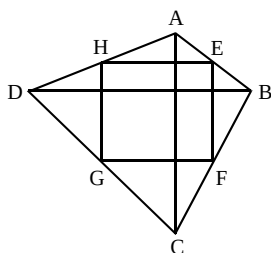


13. המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC, AB = AD$).
DE חוצה את הזווית ADC
ו-BF חוצה את הזווית ABC.
א. הוכיחו: $BE = DF$.
ב. הוכיחו: המרובע BDFE
הוא טרפז שווה-שוקיים.

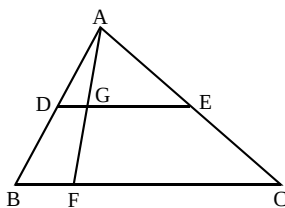
שאלות עם קטעי אמצעים



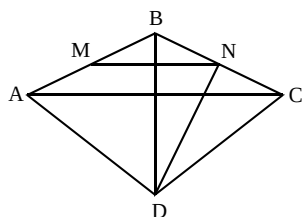
14. במשולש ABC, הנקודות D, E, F הן
בהתאמה אמצעי הצלעות AC, AB ו-BC.
א. הוכיחו: המרובעים ADFE ו-DECF
הם מקבילים.
ב. הוכיחו: $AC = 4GH$.



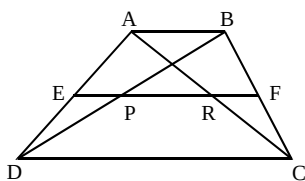
15. במרובע ABCD, האלכסונים AC ו-BD
מאונכים זה לזה. הנקודות E, F, G, H
הן אמצעי הצלעות AB, BC, CD ו-AD
בהתאמה. הוכיחו: המרובע EFGH הוא מלבן.



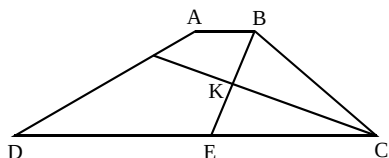
16. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
הנקודה F נמצאת על הצלע BC.
הקטע AF חותך את DE בנקודה G.
א. הוכיחו: DG הוא קטע אמצעים
במשולש ABF.
ב. נתון: $GE = 3 \cdot DG$. הוכיחו: $BC = 4 \cdot BF$.



17. נקודה D נמצאת מחוץ למשולש ABC ($\angle ABC > 90^\circ$)
כך ש- $AD = BD = CD$. הנקודה N מונחת על הצלע BC
כך ש- $ND \perp BC$. הנקודה M היא אמצע הצלע AB.
א. הוכח: $MN \parallel AC$.
ב. נתון גם: $BD \perp AC$. הוכח כי
המשולש ABC הוא שווה-שוקיים.
ג. AC ו-BD נחתכים בנקודה K.
נתון: 8 ס"מ $AB =$. חשב אורך הקטע MK. נמק.



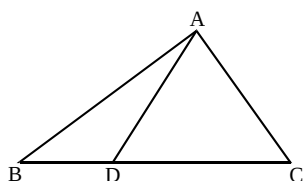
18. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
 EF חותך את האלכסונים AC ו-BD
 בנקודות R ו-P בהתאמה.
 א. הוכח: $EP = RF$.
 ב. הוכח: $PR = \frac{DC - AB}{2}$.



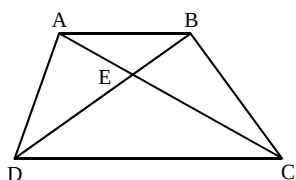
19. בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) חוצה-זווית ABC חותך את חוצה-זווית BCD בנקודה K, ואת הבסיס DC בנקודה E.
 א. הוכח: $\angle BKC = 90^\circ$.
 ב. דרך הנקודה K מעבירים מקביל לבסיסי הטרפז. הוכח כי המקביל הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
 ג. נתון: $BC = 6$ ס"מ, $AB = 2$ ס"מ, $DE = 8$ ס"מ. חשב את האורך של קטע האמצעים בטרפז ABCD. נמק.

שאלות עם חישובי שטחים

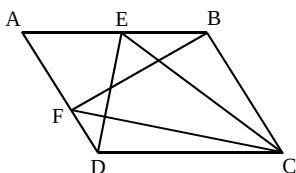
20. הוכיחו: התיכון לצלע במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.



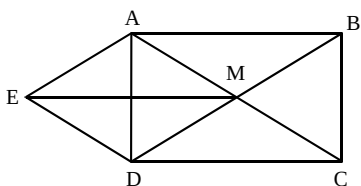
21. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש ABC. נתון: $DC = 3 \cdot BD$.
 א. הוכיחו: $\frac{S_{ADC}}{S_{ABD}} = 3$.
 ב. הוכיחו: $S_{ABD} = \frac{1}{4} S_{ABC}$.



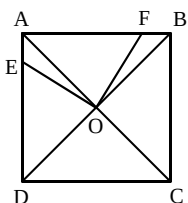
22. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$) שאלכסוניו נחתכים בנקודה E.
 א. הוכיחו: $S_{ADC} = S_{BDC}$.
 ב. הוכיחו: $S_{ABC} = S_{BAD}$.
 ג. הוכיחו: $S_{AED} = S_{BEC}$.



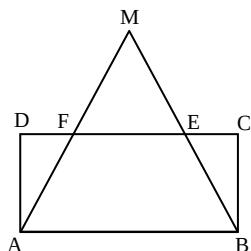
23. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-AD של מקבילית ABCD.
 א. הוכיחו: $S_{ADCE} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD}$.
 ב. הוכיחו: $S_{ADCE} = S_{ABCF}$.



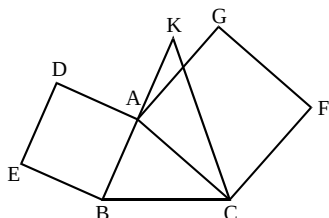
24. ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נחתכים בנקודה M. E היא נקודה מחוץ למלבן. המרובע EMCD הוא מקבילית.
 א. הוכיחו: המרובע AMDE הוא מעוין.
 ב. נתון: שטח המלבן ABCD הוא 32 סמ"ר. חשבו את שטח המעוין AMDE.



25. המרובע ABCD הוא ריבוע. אלכסוני הריבוע נפגשים בנקודה O. הנקודה F נמצאת על הצלע AB והנקודה E נמצאת על הצלע AD. נתון: $FO \perp EO$.
 א. הוכיחו: $\triangle AOE \cong \triangle BOF$.
 ב. נתון גם: $FB = 1.5$ ס"מ, $S_{ABCD} = 81$ סמ"ר. חשבו את שטח המשולש BOF.

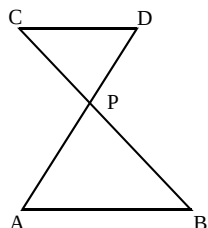


26. על הצלע AB של המלבן ABCD בנו משולש שווה-שוקיים AMB ($AM = BM$). חותכים את DC בנקודות F ו-E בהתאמה. EF הוא קטע אמצעים במשולש AMB.
 א. הוכיחו: $DF = EC$.
 ב. הוכיחו: היחס בין שטח המשולש ADE לשטח הטרפז ABCE הוא 3:5.

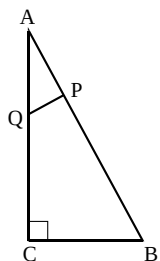


27. על AB ועל AC, צלעות המשולש ABC בנו ריבועים כמתואר. הנקודה K נמצאת על המשך הצלע AB, ומתקיים: $AB = AK$.
 א. הוכיחו: (1) $\triangle DAG \cong \triangle KAC$.
 (2) $S_{ABC} = S_{DAG}$.
 ב. נתון: $\angle ACB = 45^\circ$.
 הוכיחו: $S_{ABC} = S_{BCF}$.

שאלות עם דמיון משולשים



28. בציור שלפניך נתון: $CD \parallel AB$.
 א. הוכיחו: $\triangle PAB \sim \triangle PDC$.
 ב. נתון: $AB = 25$ ס"מ, $AP = 20$ ס"מ, $PD = 13$ ס"מ, $CP = 14.3$ ס"מ. חשבו את אורכי הקטעים BP ו-CD.



29. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle C = 90^\circ$).
 נתון: $PQ \perp AB$.
 א. הוכיחו: $\triangle APQ \sim \triangle ACB$.
 ב. נתון: $AC = 21$ ס"מ, $PQ = 4$ ס"מ, $CB = 12$ ס"מ.
 (1) חשבו את אורך הקטע AP.
 (2) חשבו את אורך הקטע AQ.

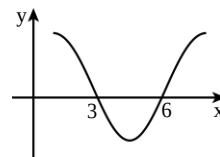
תשובות:

2. ד. 60° . 5. ג. $x = 15^\circ$. 17. ג. 4 ס"מ. 19. ג. 8 ס"מ. 24. ב. 16 סמ"ר.
 25. ב. $3\frac{3}{8}$ סמ"ר. 28. ב. 22 ס"מ, 16.25 ס"מ. 29. ב. (1) 7 ס"מ. (2) $\sqrt{65}$ ס"מ.

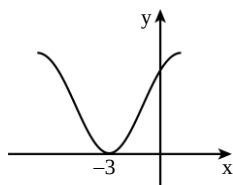
פונקציות - קדם אנליזה

לפניכם סקיצות של גרפים ובהם מסומנות נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x (נקודות האפס של הפונקציה). היעזרו בשרטוט ורשמו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של כל אחת מן הפונקציות.

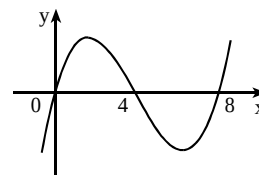
1.



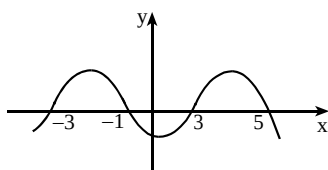
2.



3.



4.

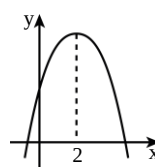


7. בכל אחד מהסעיפים הבאים מתואר גרף של פונקציה עליו מסומנים שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה.

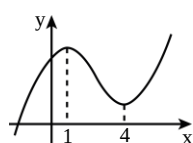
(1). קבעו עבור כל נקודת קיצון האם היא מסוג מינימום או מקסימום.

(2). רשמו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

א.



ב.



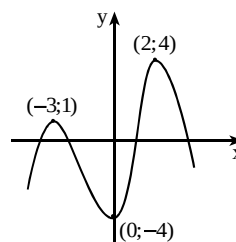
8.

בכל אחד מהגרפים שלפניכם מסומנות נקודות הקיצון של הפונקציה.

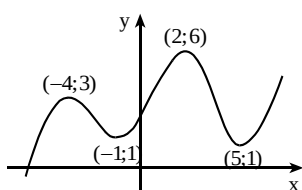
היעזרו בשרטוט וכתבו את ערכי ה- x שעבורם הפונקציה עולה

ואת ערכי ה- x שעבורם הפונקציה יורדת.

א.



ב.



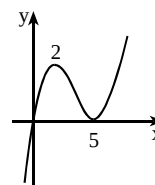
9.

בסעיפים הבאים מתואר גרף של פונקציה עליו מסומנות נקודות האפס ומסומנים שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה. מצאו:

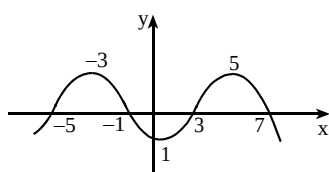
(1). את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

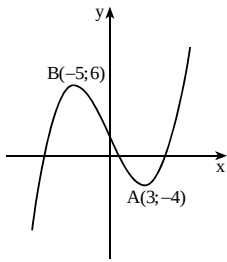
(2). את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקציה.

א.

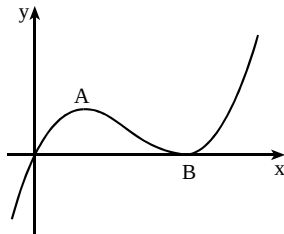


ב.

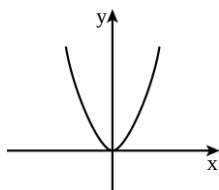




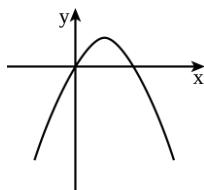
10. בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
 לפונקציה מינימום מקומי בנקודה $A(3; -4)$,
 ומקסימום מקומי בנקודה $B(-5; 6)$.
 היעזרו בגרף וקבעו בכמה נקודות חותך
 כל אחד מהישרים הבאים את גרף
 הפונקציה: א. $y = -8$ ב. $y = 6$ ג. $y = -1$.



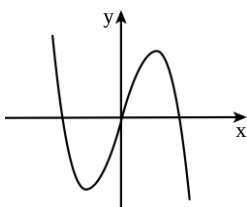
11. לפונקציה $f(x)$, שהגרף שלה מתואר לפניכם,
 יש מקסימום ב- $A(2; 2)$ ומינימום ב- $B(5; 0)$.
 עבור אילו ערכים של k , הישר $y = k$:
 א. חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?
 ב. חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?
 ג. חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות?



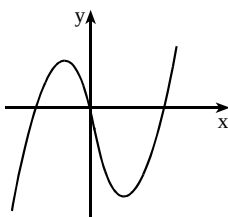
12. לפניכם גרף הפונקציה הריבועית $f(x) = 2x^2$.
 הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) + 4$.
 א. רשמו את $g(x)$ כפונקציה ריבועית באמצעות x .
 ב. השלימו: כדי לשרטט את הגרף של $g(x)$, ניקח
 את הגרף של $f(x)$ ונזיז אותו --- כלפי ---.
 ג. הוסיפו לשרטוט את הגרף של $g(x)$.



13. לפניכם גרף הפונקציה הריבועית $f(x) = -x^2 + 2x$.
 מזיזים את גרף הפונקציה $f(x)$ ב-5 יחידות
 כלפי מטה, ומקבלים את גרף הפונקציה $g(x)$.
 א. הוסיפו לשרטוט את הגרף של $g(x)$.
 ב. הביעו את $g(x)$ באמצעות $f(x)$.

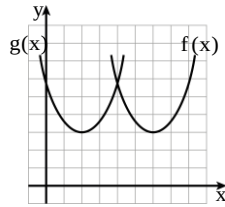


14. לפניכם גרף של פונקציה $f(x)$, שנקודות הקיצון
 שלה הן: $(2; 4)$ מקסימום, $(-2; -4)$ מינימום.
 גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז למעלה
 ב-2 יחידות, והתקבלה הפונקציה $h(x)$.
 א. בטאו את הפונקציה $h(x)$ באמצעות $f(x)$.
 ב. מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של $h(x)$.
 ג. הוסיפו למערכת הצירים את הגרף של הפונקציה $h(x)$.
 ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $h(x)$ עם כל אחד מהישרים
 הבאים: (1) הישר $y = 3$ (2) הישר $y = 6$ (3) הישר $y = -20$.

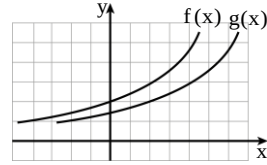


15. בציור שלפניכם מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
 נקודות הקיצון של הפונקציה (ראו ציור)
 הן: $(4; -12)$ מינימום, $(-1; 5)$ מקסימום.
 נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x) + k$.
 המרחק בין נקודת המקסימום של $f(x)$
 לנקודת המקסימום של $g(x)$ הוא 3.
 א. מצאו את נקודת המקסימום של הפונקציה $g(x)$.
 רשמו את שתי האפשרויות.
 ב. מצאו את נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$.
 כתבו את שתי האפשרויות.

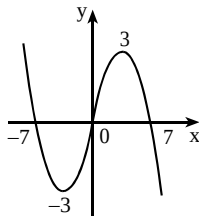
16. בסעיפים הבאים מתוארים גרפים של שתי פונקציות: $f(x)$ ו- $g(x)$.
 הגרפים מתוארים במערכת צירים שבה כל משבצת היא יחידה אחת.
 נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ מתקבל על ידי הזזה אופקית של גרף
 הפונקציה $f(x)$.
 (1). בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$
 כדי לקבל את גרף הפונקציה $g(x)$?
 (2). הביעו את $g(x)$ באמצעות $f(x)$.



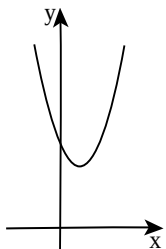
ב.



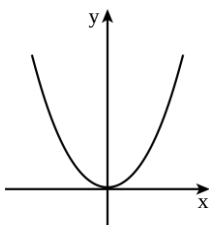
א.



17. לגרף הפונקציה $f(x)$, המתואר בציר, יש נקודות קיצון כאשר $x = 3$ וכאשר $x = -3$, ונקודות חיתוך עם ציר ה- x כאשר $x = 7$, $x = 0$ ו- $x = -7$.
 הפונקציה $g(x) = f(x+4)$ מקיימת
 א. מהם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ?
 ב. רשמו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוג הקיצון.
 ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ד. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.
 ה. דותן טוען שהזזה אופקית אינה משנה את נקודות האפס, ואת תחומי החיוביות והשליליות של פונקציה. האם הוא צודק?



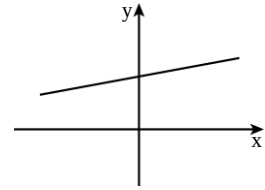
18. לפניכם גרף הפונקציה $y = (x-1)^2 + 4$.
 א. בכמה יחידות (והאם למעלה או למטה) יש להזיז את גרף הפונקציה $y = (x-1)^2$ כדי לקבל את הגרף של הפונקציה הנתונה?
 ב. השלימו: כדי לקבל את גרף הפונקציה הנתונה $y = (x-1)^2 + 4$, יש להזיז את גרף הפונקציה $y = x^2$ יחידות ימינה ו- יחידות למעלה.



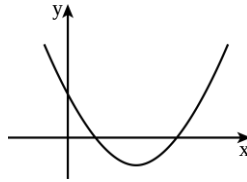
19. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = x^2$.
 מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$, המקיימת $g(x) = 3 \cdot f(x)$.
 א. מהי המשוואה של הפונקציה $g(x)$?
 ב. הוסיפו למערכת הצירים סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ג. שרטטו במערכת צירים אחרת סקיצה של $f(x)$, ושל הפונקציה $h(x) = \frac{1}{3} \cdot f(x)$, המקיימת $h(x) = \frac{1}{3} \cdot f(x)$.

בכל אחד מהתרגילים הבאים מתואר גרף של פונקציה $f(x)$. שרטטו את גרף הפונקציה $-f(x)$.

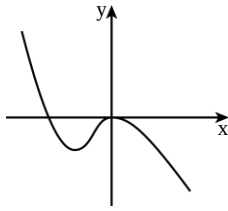
20.



21.



22.



23.

נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה $f(x)$,

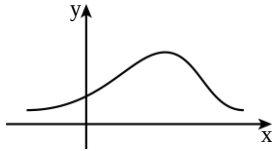
שהגרף שלה לפניכם, היא $(3; 2)$ מקסימום.

א. (1) שרטטו סקיצה של הפונקציה $-f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $-f(x)$.

ב. (1) שרטטו סקיצה של הפונקציה $-f(x) + 6$.

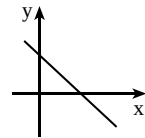
(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $-f(x) + 6$.



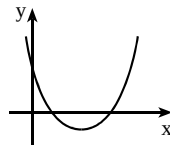
בכל אחד מהתרגילים הבאים מצויר גרף של פונקציה $f(x)$.

שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $|f(x)|$.

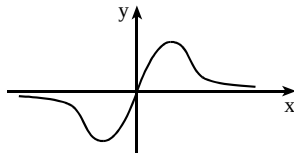
24.



25.



26.



תשובות:

1. חיוביות: $x > 6$ או $x < 3$, שליליות: $3 < x < 6$.

2. חיוביות: $x > -3$ או $x < -3$ (אפשר לכתוב גם $x \neq -3$), שליליות: אין.

3. חיוביות: $0 < x < 2$ או $x < -2$, שליליות: $x > 2$ או $-2 < x < 0$.

4. חיוביות: $3 < x < 5$ או $-3 < x < -1$, שליליות: $x > 5$ או $-1 < x < 3$ או $x < -3$.

7. ב. (1) מקסימום. (2) עלייה: $x < 2$, ירידה: $x > 2$.

ג. (1) מקסימום $x = 1$, מינימום $x = 4$. (2) עלייה: $x > 4$ או $x < 1$, ירידה: $1 < x < 4$.

8. א. עולה: $0 < x < 2$ או $x < -3$. יורדת: $x > 2$ או $-3 < x < 0$.

ב. עולה: $x > 5$ או $-1 < x < 2$ או $x < -4$. יורדת: $2 < x < 5$ או $-4 < x < -1$.

9. א. (1) עלייה: $x > 5$ או $x < 2$. ירידה: $2 < x < 5$. (2) חיוביות: $x > 0$, $x \neq 5$. שליליות: $x < 0$.

ב. (1) עלייה: $1 < x < 5$ או $x < -3$. ירידה: $x > 5$ או $-3 < x < 1$.

(2) חיוביות: $3 < x < 7$ או $-5 < x < -1$. שליליות: $x > 7$ או $-1 < x < 3$ או $x < -5$.

10. א. נקודה אחת. ב. 2 נקודות. ג. 3 נקודות.

11. א. $k > 2$ או $k < 0$. ב. $k = 2$ או $k = 0$. ג. $0 < k < 2$.

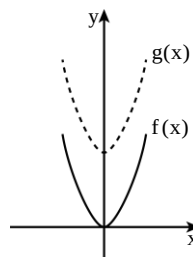
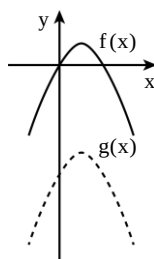
13. ב. $g(x) = f(x) - 5$.

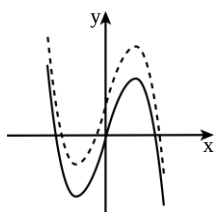
12. א. $g(x) = 2x^2 + 4$.

א.

ב. 4 יחידות כלפי מעלה.

ג.





ג.

14. א. $h(x) = f(x) + 2$.

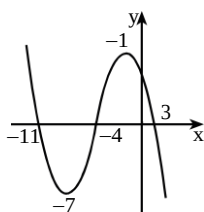
- ב. (2; 6) מקסימום, (-2; -2) מינימום.
 ד. (1) שלוש נקודות.
 (2) שתי נקודות.
 (3) נקודה אחת.

15. א. (-1; 8) מקסימום, (-1; 2) מקסימום.

ב. (4; -9) מינימום, (4; -15) מינימום.

16. א. (1) 2 יחידות לכיוון ימין. (2) $g(x) = f(x - 2)$.

א. (1) 4 יחידות לכיוון שמאל. (2) $g(x) = f(x + 4)$.



17. א. (-11; 0), (-4; 0), (3; 0). ג.

ב. $x = -1$ מקסימום, $x = -7$ מינימום.

ד. חיוביות: $-4 < x < 3$ או $x < -11$,

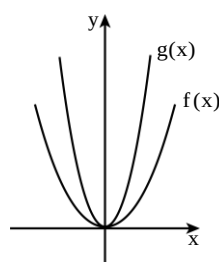
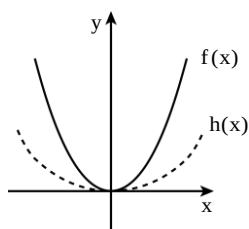
שליליות: $x > -3$ או $-11 < x < -4$.

ה. דותן לא צודק.

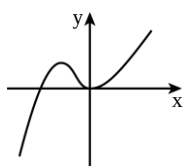
18. א. 4 יחידות כלפי מעלה. ב. 1 יחידות ימינה ו-4 יחידות למעלה.

ג.

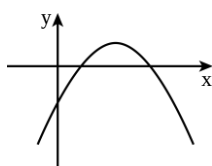
19. א. $g(x) = 3 \cdot x^2$. ב.



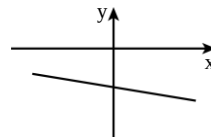
22.



21.

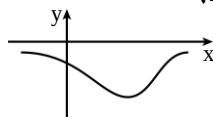


20.



23. א. (1)

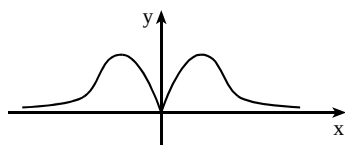
ב. (1)



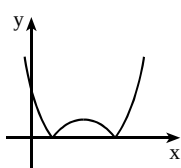
(2) מינימום (3; -2).

(2) מינימום (3; 4).

26.



25.



24.

